

Dan ZAHARIA
Maria ZAHARIA

matematică
algebră
geometrie

clasa a VI-a

partea I

ediția a XII-a



mate 2000 – consolidare

RECAPITULAREA MATERIEI DIN CLASA A V-A

PP Competențe generale

- C₁.** Identificarea unor date, mărimi și relații matematice, în contextul în care acestea apar
- C₂.** Prelucrarea unor date matematice de tip cantitativ, calitativ, structural, cuprinse în diverse surse informaționale
- C₃.** Utilizarea conceptelor și a algoritmilor specifici în diverse contexte matematice
- C₄.** Exprimarea în limbajul specific matematicii a informațiilor, a concluziilor și a demersurilor de rezolvare pentru o situație dată
- C₅.** Analizarea caracteristicilor matematice ale unei situații date
- C₆.** Modelarea matematică a unei situații date, prin integrarea achizițiilor din diferite domenii

PE 1. Exerciții și probleme recapitulative

- 1.** Calculați:
 - a) $1^{2020} - 2020^0 + 3^2 - 2^3$;
 - b) $2^{12} : 2^{10} + 5^2 - 3^2 + 2018^0$;
 - c) $2019^0 + 1^{2019} + 2018^1 + 0^{2018} - 2017^1$;
 - d) $[(2^3 + 2^4 + 2^5 + 2^6) : (2^2 + 2^3)] \cdot (1 + 3 + 3^2 + 3^3)$.
- 2.** Aflați ultima cifră a numărului:
 $a = 5^{2020} + 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 2019 + 2 \cdot 3$.
- 3.** Calculați: $2021 \cdot 2020 - 2021 \cdot 2019 - 2021$.
- 4.** Arătați că numărul:
 $a = 2 + 4 + 6 + \dots + 100 + 51$ este pătrat perfect.
- 5.** Aflați numerele care împărțite la 5 dau câtul cu o unitate mai mare decât restul.
- 6.** Diferența a două numere naturale este 24. Împărțind numărul mai mare la cel mai mic, se obține câtul 3 și restul 2. Aflați numerele.
- 7.** Transformați fracțiile ordinare $\frac{17}{4}$, $\frac{11}{3}$ și $\frac{71}{330}$ în fracții zecimale.
- 8.** Efectuați calculele:
 - a) $2,8 \cdot 4,5 - 1,7 \cdot 5,2$;
 - b) $1,4 \cdot (2,1 - 0,3) : 2$;
 - c) $[2, (3 \cdot 0,3 + 7, (1 \cdot 4,5)) : 1, 2$.
- 9.** Diferența a două numere este 83,04. Știind că unul este de 7 ori mai mare decât celălalt, aflați numerele.

Algebră

Capitolul I

Mulțimi. Mulțimea numerelor naturale

PP Competențe specifice

- 1.1. Identificarea unor noțiuni specifice mulțimilor și relației de divizibilitate în $\mathbb{N}$
- 2.1. Evidențierea în exemple a relațiilor de apartenență, de incluziune, de egalitate și a criteriilor de divizibilitate cu 2, 5, 10^n , 3 și 9 în $\mathbb{N}$
- 3.1. Utilizarea unor modalități adecvate de reprezentare a mulțimilor și de determinare a c.m.m.d.c. și a c.m.m.m.c.
- 4.1. Exprimarea în limbaj matematic a unor situații concrete care se pot descrie utilizând mulțimile și divizibilitatea în $\mathbb{N}$
- 5.1. Analizarea unor situații date în contextul mulțimilor și al divizibilității în $\mathbb{N}$
- 6.1. Transpunerea, în limbaj matematic, a unor situații date utilizând mulțimi, operații cu mulțimi și divizibilitatea în $\mathbb{N}$

PE-PP 1.1. Mulțimi

1.1.1. Descriere, notații, reprezentări. Mulțimi numerice și mulțimi nenumerice. Relația dintre un element și o mulțime



Mulțimea este o colecție de obiecte bine determinate și distincte numite **elementele mulțimii**.

Mulțimile se notează cu litere mari, iar **elementele mulțimii** se notează cu litere mici.

Dacă A este o mulțime și x , un element al său, atunci vom scrie $x \in A$ și vom citi x aparține lui A . Dacă x nu este un element al mulțimii A , atunci vom scrie $x \notin A$ și vom citi x nu aparține lui A .

O mulțime poate fi dată în trei moduri:

1. **numind fiecare element al mulțimii**; în acest caz mulțimea se scrie punând între acolade elementele sale;

Exemplu: $A = \{0, 1, 2, 3\}$.

2. **cu ajutorul diagramei Venn–Euler**; în acest caz, mulțimea poate fi ilustrată desenând o curbă închisă și scriind în interiorul ei elementele corespunzătoare (fig. 1);



Fig. 1

3. enunțând o proprietate caracteristică elementelor mulțimii (pe care o are oricare element al mulțimii și nu o are niciun alt element care nu aparține mulțimii).

Exemplu: $A = \{x \mid x \text{ este număr natural și } x < 4\}$.

● Mulțimea care nu are niciun element se numește **mulțimea vidă**; ea se notează cu simbolul $\emptyset$.

● Mulțimea care are ca elemente toate numerele naturale este numită **mulțimea numerelor naturale**. Aceasta se notează cu $\mathbb{N}$. Așadar:

$$\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, \dots\}.$$

● Numărul de elemente al unei mulțimi A se numește **cardinalul** mulțimii A și se notează $\text{card } A$.

● ● ● activități de învățare ● ● ●

PE Înțelegere *

- Scrieți mulțimea literelor din care este format cuvântul:
a) *bibliotecă*; b) *cinematecă*; c) *actualități*.
- Scrieți mulțimea cifrelor din care sunt formate numerele:
a) 43 257; b) 524 123; c) 17 230 415; d) 425 730.
- Scrieți mulțimea numerelor naturale mai mici sau egale cu 4.
- Scrieți mulțimea numerelor naturale cuprinse între 6 și 14.
- Scrieți mulțimea cifrelor: a) pare; b) impare.
- Fie mulțimile: $A = \{a, b, c\}$; $B = \{c, d, e\}$; $C = \{a, c, e\}$. Căror mulțimi le aparține:
a) elementul a ; b) elementul b ?
- Fie mulțimile: $A = \{1, 3, 4, 7\}$ și $B = \{2, 4, 7, 9\}$. Scrieți valoarea de adevăr a propozițiilor:
a) $2 \in A$; b) $3 \notin A$; c) $2 \notin B$;
d) $1^{2003} \in A$; e) $4 \in A$ și $4 \in B$; f) $1 \in A$ sau $7 \in B$.
- Scrieți următoarele mulțimi cu ajutorul unei proprietăți caracteristice a elementelor:
 $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$; $B = \{0, 2, 4, 6, 8\}$; $C = \{1, 3, 5, 7, 9\}$; $D = \{1, 3, 9, 27, 81, 243\}$.
- Precizați valoarea de adevăr a propozițiilor:
a) $3 \in \{0, 1, 3\}$; b) $2 \notin \{1, 4, 5\}$;
c) $4 \in \{x \in \mathbb{N} \mid x \leq 5\}$; d) $0 \in \emptyset$;
e) $2^{21} \in \{x \in \mathbb{N} \mid x \leq 3^{14}\}$; f) $10 \in \{x \in \mathbb{N} \mid 7 \leq x < 12\}$.

PE Aplicare și exersare **

- Fie $A = \{0, 1, 3\}$ și $B = \{x \mid x = 2^a + a \text{ și } a \in A\}$. Scrieți elementele mulțimii B și calculați $\text{card } B$.
- Indicați propozițiile false:
a) $2 \in \{1, 7, 3\}$; b) $7^0 \in \{1, 3, 9\}$; c) $4 \notin \{1, 2, 3\}$;
d) $7 \notin \{0, 3, 7, 11\}$; e) $0 \in \emptyset$; f) $0 \notin \emptyset$.
- Scrieți următoarele mulțimi enumerând elementele acestora:
 $A = \{x \in \mathbb{N} \mid x < 4\}$; $B = \{x \in \mathbb{N}^* \mid x \leq 4\}$;
 $C = \{x \in \mathbb{N} \mid 3 \leq x < 7\}$; $D = \{x \in \mathbb{N} \mid 4 < x \leq 10\}$.

❀ TESTUL 1 ❀

1. Scrieți mulțimea multiplilor lui 3 cuprinși între 17 și 27.
2. Fie mulțimile $A = \{a, b, c, d\}$ și $B = \{c, d, e, f\}$.
 - a) Scrieți submulțimile lui A care sunt submulțimi ale lui B .
 - b) Scrieți submulțimile nevide ale mulțimii $B - A$.
3. Calculați:
 - a) $\{2, 0, 1, 3\} \cap \{2, 1, 0, 5\}$;
 - b) $\{3, 1, 2\} \cup \{2, 0, 3\}$;
 - c) $\{3, 0, 1, 2\} \cap \mathbb{N}^*$;
 - d) $\{2, 0, 1, 3\} - \mathbb{N}^*$.
4. Determinați mulțimile A și B , știind că sunt îndeplinite simultan condițiile:
 - a) $A \cap B = \{b, c\}$;
 - b) $A \cup B = \{a, b, c, d\}$;
 - c) $A - B$ și $B - A$ au același număr de elemente.
5. Fie mulțimile $A = \{x \mid x \text{ cifră pară}\}$, $B = \{x \mid x \in \mathbb{N}^*, x \leq 5\}$. Calculați:

$$A \cup B, A \cap B, A - B \text{ și } B - A.$$
6. Fie A și B două mulțimi. Cunoscând:
 - a) $\text{card}(A \cup B) = 12$, $\text{card } A = 6$, $\text{card } B = 8$, calculați $\text{card}(A \cap B)$;
 - b) $\text{card } A = 12$ și $\text{card}(A - B) = 4$, calculați $\text{card}(A \cap B)$;
 - c) B este o submulțime a lui A , calculați $A \cap B$.

❀ TESTUL 2 ❀

1. Scrieți mulțimea divizorilor lui 12.
2. Fie mulțimile $A = \{0, 1, 4\}$ și $B = \{0, 1, 3\}$. Calculați: $A \cup B$, $A \cap B$, $A - B$ și $B - A$.
3. Scrieți valoarea de adevăr a următoarelor propoziții:
 - a) $\{x \in \mathbb{N} \mid x < 0\} = \emptyset$;
 - b) $2 \notin \{x \mid x \in \mathbb{N} \text{ și } x \leq 3\}$;
 - c) $\{2, 3\} \subset \{1, 2, 4\}$;
 - d) $2 \in \{0, 1, 2, 4, 5\}$.
4. Determinați elementele mulțimilor:

$$A = \{x \in \mathbb{N} \mid x : 5 \text{ și } x \leq 35\}; \quad B = \{x \in \mathbb{N} \mid x \mid 24 \text{ și } x < 15\}.$$
5. Determinați mulțimile A și B , știind că îndeplinesc simultan condițiile:
 - a) $A \cup B = \{1, 2, 3, 4\}$;
 - b) $A \cap B = \{2, 3\}$;
 - c) $A - B = \{1\}$.
6. Se consideră mulțimile: $A = \{\overline{1a6b} \mid \overline{1a6b} : 5 \text{ și } 4 \mid (a + b)\}$; $B = \{\overline{1x6x} \mid \overline{1x6x} : 2\}$.
Calculați: $A \cup B$, $A \cap B$, $A - B$, $B - A$.

❀ TESTUL 3 ❀

1. Fie mulțimile $A = \{x \mid x \in \mathbb{N}, 7 \leq 5x + 2 \leq 17\}$ și $B = \{y \mid y \in \mathbb{N}^*, y < 3\}$. Calculați:

$$A \cup B, A \cap B, A - B, B - A.$$
2. Precizați valoarea de adevăr a propozițiilor:
 - a) $\{2, 3\} \subset \{7, 5, 2, 4, 3\}$;
 - b) $\{1, 4, 3, 7\} \supseteq \{3\}$;
 - c) $\emptyset \subset \{a, b\}$;
 - d) $\{2, 4\} \not\subset \{x \mid x \text{ este cifră pară}\}$.

1.2. Divizibilitatea numerelor naturale

1.2.1. Descompunerea numerelor naturale în produs de puteri de numere prime



Orice număr natural, cu excepția lui 1, are cel puțin doi divizori: pe 1 și pe el însuși, numiți **divizori improprii**. Restul divizorilor unui număr se numesc **divizori proprii**.

Exemple: a) 1 și 12 sunt divizori improprii ai lui 12;
b) 2, 3, 4 și 6 sunt **divizori proprii** ai lui 12.

Definiție: Un număr natural care are exact doi divizori se numește **număr prim**.

Exemple: Numerele 2, 3, 5, 7, 11 sunt numere prime.

Definiție: Un număr natural care are cel puțin trei divizori se numește **număr compus**.

Exemple: Numerele 4, 6, 8, 9, 10, 12, 14, 15 sunt numere compuse.

Observații:

1. Un număr natural care are numai **divizori improprii** se numește **număr prim**.
2. Numărul 2 are exact doi divizori. Deci, este număr prim.
3. Orice număr natural par $2n$ ($n > 1$) are cel puțin trei divizori (1, n și $2n$), deci este **număr compus**.
4. Reținem că 2 este singurul număr natural **prim** și **par**. Numărul 1 are un singur divizor, deci nu este nici prim și nici compus.

Ciurul lui Eratostene este un criteriu simplu și vechi de recunoaștere a numerelor prime. Acest criteriu a fost creat de Eratostene, un matematician din Grecia antică. El permite găsirea tuturor numerelor prime, mai mici sau egale cu un număr natural dat n , și constă în următoarele:

Etapa 1. Se scriu numerele de la 2 la n într-o listă.

Etapa 2. Primul număr **prim** este 2. Se taie cu o linie oblică toate numerele din listă care sunt multiplii lui 2. Rezultă o nouă listă cu numere tăiate și netăiate.

Etapa 3. Primul număr netăiat din noua listă este **prim**. Se taie din această listă toți multiplii acestui număr prim. Rezultă o nouă listă.

Etapa 4. Se repetă etapa 3 până când noua listă nu mai conține numere netăiate.

Etapa 5. Rezultă o listă finală care conține numere tăiate și netăiate. **Numerele netăiate sunt toate numere prime, mai mici sau egale cu n .**

Din ciurul lui Eratostene rezultă șirul numerelor prime, ordonate crescător:

2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, ...

Folosind acest șir, stabilim dacă un număr este prim astfel:

- împărțim numărul la numerele prime în ordine crescătoare, până când câtul devine mai mic decât împărțitorul;
- dacă restul tuturor împărțirilor nu este 0, atunci numărul respectiv este prim; dacă restul uneia din împărțiri este 0, atunci numărul este compus.

Exemple:

1. Arătăm că numărul 337 este prim.

- Împărțim numărul 337 la numerele prime: 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, ...

- Împărțind numărul 337 la 2, apoi la 3 și apoi la 5. De fiecare dată restul împărțirii nu este 0 (nu sunt îndeplinite criteriile de divizibilitate cu aceste numere).
- Apoi împărțim numărul 337 la: 7, 11, 13, ... Rezultă: $337 = 7 \cdot 48 + 1$; $337 = 11 \cdot 30 + 7$; $337 = 13 \cdot 25 + 12$; $337 = 17 \cdot 19 + 14$; $337 = 19 \cdot 17 + 14$. Rezultă că prin împărțirea la 19, câtul 17 este mai mic decât împărțitorul (care este 19) și restul $r = 12 \neq 0$. Rezultă că 337 este număr prim.

2. Arătăm că numărul 289 nu este prim.

Într-adevăr, $289 \nmid 2$; $289 \nmid 3$; $289 \nmid 5$; $289 = 7 \cdot 41 + 2$; $289 = 13 \cdot 22 + 3$; $289 = 17 \cdot 17 + 0$. Rezultă că 289 este număr compus.

Observație: Pentru a verifica dacă un număr este **prim** sau **compus** se aplică mai întâi criteriile de divizibilitate cunoscute și apoi, dacă mai e cazul, se aplică „Ciurul lui Eratostene”.

Exemplu: Stabiliți dacă numerele 57, 127, 132, 161, 917 sunt prime sau compuse.

Rezolvare: Cum $5 + 7 = 12$ și $3 \mid 12 \Rightarrow 3 \mid 57$ și ca urmare 57 nu este număr prim, ci este număr compus: $57 = 3 \cdot 19$. Se verifică pe rând că $127 \nmid 2$, $127 \nmid 3$, $127 \nmid 5$, $127 \nmid 7$, $127 \nmid 11$ și $127 = 13 \cdot 9 + 10$, câtul este mai mic decât împărțitorul și conform ciurului lui Eratostene rezultă că 127 este număr prim. Numărul 132 este par și ca urmare este număr compus. Numărul 161 este multiplu de 7 și este număr compus. Numărul 917 nu se divide cu 2, cu 3 sau cu 5, dar $917 = 7 \cdot 131$, deci este număr compus. Astfel, singurul număr prim este 127.

Definiție: Orice număr natural compus poate fi scris ca un produs de numere naturale prime.

Observații:

1. Scrierea unui număr natural ca un produs de numere naturale prime se numește **descompunerea în factori primi** a numărului natural respectiv și este unică, făcând abstracție de ordinea factorilor.

2. Pentru a ușura descompunerea unui număr natural în produs de puteri de numere prime se ține cont că $10 = 2 \cdot 5$; $100 = 2^2 \cdot 5^2$; $1000 = 2^3 \cdot 5^3$ etc.

Exemple:

$$\begin{array}{r|l} 560 & 2 \cdot 5 \\ 56 & 2 \\ 28 & 2 \\ 14 & 2 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array}$$

$$560 = 2^4 \cdot 5 \cdot 7$$

$$\begin{array}{r|l} 24\,200 & 2^2 \cdot 5^2 \\ 242 & 2 \\ 121 & 11 \\ 11 & 11 \\ 1 & \end{array}$$

$$24\,200 = 2^3 \cdot 5^2 \cdot 11^2$$

$$\begin{array}{r|l} 72\,000 & 2^3 \cdot 5^3 \\ 72 & 2 \\ 36 & 2 \\ 18 & 2 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

$$72\,000 = 2^6 \cdot 3^2 \cdot 5^3$$

3. Numărul de divizori ai numărului natural n , cu descompunerea în factori primi $n = a^x \cdot b^y$, este $(x+1)(y+1)$, $x, y \in \mathbb{N}^*$.

Scriem divizorii numărului $a^x \cdot b^y$:

$1, a, a^2, a^3, \dots, a^x$; sunt $x+1$ divizori

$b, ab, a^2b, a^3b, \dots, a^xb$; sunt $x+1$ divizori

$b^2, ab^2, a^2b^2, a^3b^2, \dots, a^xb^2$; sunt $x+1$ divizori

.....

$b^y, ab^y, a^2b^y, a^3b^y, \dots, a^xb^y$; sunt $x+1$ divizori

} $y+1$ rânduri scrise

Deci, numărul divizorilor este $x+1$ de $y+1$ ori, adică $(x+1) \cdot (y+1)$.

4. Numărul de divizori ai numărului natural n , cu descompunerea în factori primi $n = a^x \cdot b^y \cdot c^z$, este: $(x+1)(y+1)(z+1)$, $x, y, z \in \mathbb{N}^*$.

Problemă rezolvată

Descompuneți în factori primi și calculați numărul divizorilor naturali pentru fiecare dintre următoarele numere: 126, 648, 1296.

Rezolvare: Se vor aranja numerele ca în modelele de mai jos și se vor scrie divizorii:

126	2
63	3
21	3
7	7
1	

648	2
324	2
162	2
81	3
27	3
9	3
3	3
1	

1296	2
648	2
324	2
162	2
81	3
27	3
9	3
3	3
1	

$126 = 2 \cdot 3^2 \cdot 7$ și are
 $(1+1) \cdot (2+1) \cdot (1+1) = 12$
 divizori

$648 = 2^3 \cdot 3^4$ și are
 $(3+1) \cdot (4+1) = 20$
 divizori

$1296 = 2^4 \cdot 3^4$ și are
 $(4+1) \cdot (4+1) = 25$
 divizori

● ● ● activități de învățare ● ● ●

PE Înțelegere *

1. a) Utilizând ciurul lui Eratostene, găsiți toate numerele prime mai mici decât 100.
 b) Încercați să rețineți numerele prime până la 100.
2. Se consideră mulțimea de numere $M = \{101, 102, \dots, 120\}$. Aflați:
 a) $A = \{x \mid x \in M \text{ și } x \text{ este număr prim}\}$;
 b) $B = \{x \mid x \in M \text{ și } x \text{ este număr compus}\}$.
3. Arătați că:
 a) numărul 109 este prim; b) numărul 113 este prim; c) numărul 961 este compus.
4. Scrieți mulțimea divizorilor primi ai fiecăruia dintre următoarele numere naturale: 48, 72, 202.
5. Stabiliți dacă numerele următoare sunt prime: 37, 93, 123, 377, 602, 769, 1 243, 1 999.
6. Completați cu numere compuse spațiile punctate:
 a) $27 = \dots + \dots$; b) $19 = \dots + \dots$; c) $36 = \dots + \dots$.
7. Completați cu numere prime spațiile punctate:
 a) $30 = \dots + \dots$; b) $100 = \dots + \dots$; c) $138 = \dots + \dots$;
 d) $35 = \dots - \dots$; e) $84 = \dots - \dots$; f) $96 = \dots - \dots$.
8. Determinați numerele prime x și y , știind că:
 a) $x + y = 39$; b) $x \cdot y = 91$; c) $x - y = 95$.
9. Determinați cifra x astfel încât numerele: x , $\overline{3x}$, $\overline{4x}$ și $\overline{9x}$ să fie prime.
10. Determinați perechile de numere prime a căror sumă este un număr natural de forma $\overline{xx}$.
11. Descompuneți în factori primi numerele A și B și apoi scrieți sub formă de putere produsul $A \cdot B$:
 a) $A = 18$ și $B = 1\ 260$; b) $A = 1\ 750$ și $B = 6\ 750$;
 c) $A = 3\ 240$ și $B = 22\ 100$; d) $A = 24\ 200$ și $B = 25\ 860$.

Test de autoevaluare

• Se acordă 1 punct din oficiu. Timp de lucru 50 de minute.

I. Completați pe fișa de evaluare spațiile punctate cu răspunsul corect. (2 puncte)

(0,5p) 1. Dacă numărul $\overline{32x}$ este divizibil cu 2 și cu 3, atunci x este cifra

(0,5p) 2. Suma dintre cel mai mic și cel mai mare multiplu de două cifre al lui 7 este numărul natural.....

(0,5p) 3. Dacă numărul de patru cifre $\overline{abcd}$ este divizibil cu 25, iar numărul de două cifre $\overline{cd}$ este divizibil cu 3, atunci $c + d$ este egal cu.....

(0,5p) 4. Cifra x pentru care fiecare dintre numerele $\overline{21x}$, $\overline{33x}$ și $\overline{5x4}$ este divizibil cu 4 și cu 3 este.....

II. Încercuiți pe fișă doar răspunsul corect, știind că numai unul dintre cele patru răspunsuri este corect. (2 puncte)

(0,5p) 1. Se consideră mulțimea M_8 a multiplilor lui 8. Dacă elementele acestei mulțimi se scriu în ordine crescătoare, atunci al douăzeci și șaptelea element al mulțimii este egal cu:

A. 200 B. 208 C. 216 D. 224

(0,5p) 2. Numărul elementelor mulțimii $D_{24} = \{x | x \in \mathbb{N} \text{ și } x \text{ este divizor al lui } 24\}$ este egal cu:

A. 6 B. 8 C. 9 D. 10

(0,5p) 3. Suma elementelor mulțimii $M = \{x | x \in \mathbb{N}, 18 : x \text{ și } (x-1) : 5\}$ este egală cu:

A. 7 B. 5 C. 8 D. 9

(0,5p) 4. Dacă $16 | (3x-65)$ și $(3x-65) | 16$, atunci x este numărul:

A. 31 B. 30 C. 28 D. 27

III. Uniți prin săgeți fiecare enunț, aflat în coloana din stânga, cu răspunsul corespunzător, aflat în coloana din dreapta. (2 puncte)

Determinați mulțimile:

- | | |
|---|--------------------------|
| (0,5p) a) Dacă $n \in \mathbb{N}$ și $15 : n+3$, atunci: | 1) $n \in \{4, 19\}$ |
| (0,5p) b) Dacă $n \in \mathbb{N}$, $n > 3$ și $31 : 2n-7$, atunci: | 2) $n \in \{4, 12, 15\}$ |
| (0,5p) c) Dacă $n \in \mathbb{N}$, $n > 3$ și $21 : 3n-12$, atunci: | 3) $n \in \{0, 2, 12\}$ |
| (0,5p) d) Dacă $n \in \mathbb{N}^*$ și $121 : 3n+1$, atunci: | 4) $n \in \{40\}$ |
| | 5) $n \in \{5, 11\}$ |

La problemele IV și V scrieți pe fișa de evaluare rezolvările complete. (3 puncte)

(2p) **IV.** a) Descompuneți în factori primi numărul 7007.

b) Demonstrați că numărul $\overline{abcabc}$ este divizibil cu 1001.

(1p) **V.** Determinați numerele naturale x pentru care $2x + 3$ este divizibil cu $x + 1$.

Subiectul	I.1	I.2	I.3	I.4	II.1	II.2	II.3	II.4	III.	IV.	V.
Punctajul											
Nota											

Capitolul II

RAPOARTE ȘI PROPORȚII

PP Competențe specifice

- 1.2. Identificarea fracțiilor ordinare sau zecimale în contexte variate
- 2.2. Efectuarea de calcule cu fracții folosind proprietăți ale operațiilor aritmetice
- 3.2. Utilizarea de algoritmi pentru efectuarea operațiilor cu fracții ordinare sau zecimale
- 4.2. Utilizarea limbajului specific fracțiilor/procentelor în situații date
- 5.2. Analizarea unor situații date în care intervin fracții pentru a estima sau pentru a verifica validitatea unor calcule
- 6.2. Reprezentarea matematică, folosind fracțiile, a unei situații date, în context intra și interdisciplinar (geografie, fizică, economie etc.)

PE-PP 2.1. Rapoarte



2.1.1. Raport

Raportul a două numere a și b cu $b \neq 0$ este câtul $a : b$ și se notează $\frac{a}{b}$. Numerele a și b se numesc **termenii** raportului.

Observații:

1. Raportul măsurilor a două mărimi de același fel se face după ce mărimile se măsoară cu aceeași unitate de măsură. Acest raport nu depinde de unitatea de măsură folosită.
2. De multe ori se definește raportul a două mărimi care nu sunt de același fel. De exemplu, **viteza** unui mobil este raportul dintre distanța parcursă de acesta și timpul în care mobilul parcurge distanța respectivă.

2.1.2. Titlul unui aliaj

Numim **titlul unui aliaj** raportul dintre masa metalului prețios și masa aliajului:

$$T = \frac{m}{M}$$

Exemplu: Un aliaj conține 812 g aur și 1188 g cupru. Care este titlul aliajului?

Rezolvare: Masa aliajului este $M = 812 + 1188 = 2000$ (g), masa aurului este $m = 812$ g, iar titlul aliajului este $T = \frac{m}{M} = \frac{812}{2000} = 0,406$.

2.1.3. Concentrația unei soluții

Numim **concentrația** unei soluții raportul dintre masa substanței care se dizolvă și masa soluției.

Exemplu: Într-un vas se află o soluție de sare în apă. Masa soluției este de 120 g, iar cea a sării este de 9,6 g. Care este concentrația soluției?

Rezolvare:
$$\text{Concentrația} = \frac{\text{masa substanței}}{\text{masa soluției}} = \frac{9,6}{120} = \frac{96}{1200} = 0,08.$$

2.1.4. Scara unui desen

Fie A și B două localități reprezentate într-un desen (hartă). Raportul dintre distanța măsurată pe desen între cele două localități și distanța măsurată în teren (în realitate) este **scara desenului** și notăm:

$$S = \frac{\text{distanța din desen}}{\text{distanța din teren}}$$

● ● ● activități de învățare ● ● ●

PE Înțelegere *

1. Lungimea unui dreptunghi este de 8 m și lățimea de 2 m. Completați enunțurile cu răspunsul corect:

a) Raportul dintre lungimea și lățimea dreptunghiului este ...; acest raport arată că lungimea este de ... ori mai mare decât lățimea. Altfel spus, lățimea dreptunghiului este de ... ori mai mică decât lungimea.

b) Raportul dintre lățimea și lungimea dreptunghiului este Acest raport arată că lățimea este ... din lungime.

2. O lădiță cu fructe cântărește 17 kg.

a) Cât va cântări o altă lădiță cu fructe, de trei ori mai grea decât prima?

b) Care este raportul dintre masa primei lădițe și masa celei de-a doua lădițe?

c) Care este raportul dintre masa celei de-a doua lădițe și masa primei lădițe?

3. Calculați valorile rapoartelor de numere:

a) 120 și 30; b) 12 și 144; c) $2\frac{1}{2}$ și $1\frac{1}{4}$;

d) 0,(2) și 0,(3); e) 2,1(3) și $\frac{4}{3}$.

4. Calculați valoarea raportului dintre:

a) 24 m și 12 km; b) 17 dm și 1,7 hm;

c) $25\frac{1}{2}$ m² și 102 ha; d) 2,(3) dm³ și 0,(3) m³;

e) 3 h și 20 minute și 1 h și 40 minute.

5. Ce cantitate de argint se află în 800 g de aliaj cu titlul de 0,375?

6. Se face un aliaj topind la un loc 16 g aur cu 234 g cupru. Care este titlul aliajului?

7. Se topesc la un loc 200 g de aliaj cu titlul de 0,480 cu 300 g de aur pur. Care va fi titlul noului aliaj obținut?

56 8. Un aliaj de platină are titlul de 0,800 și conține 1968 g de platină pură. Aflați masa aliajului.

Capitolul I

NOȚIUNI GEOMETRICE FUNDAMENTALE

PP Competențe specifice

- 1.5. Recunoașterea unor figuri geometrice plane (drepte, unghiuri, cercuri, arce de cerc) în configurații date
- 2.5. Recunoașterea coliniarității unor puncte, a faptului că două unghiuri sunt opuse la vârf, adiacente, complementare sau suplementare și a paralelismului sau perpendicularității a două drepte
- 3.5. Utilizarea unor proprietăți referitoare la distanțe, drepte, unghiuri, cerc, pentru realizarea unor construcții geometrice
- 4.5. Exprimarea, prin reprezentări geometrice sau în limbaj specific matematic, a noțiunilor legate de dreaptă, unghi și cerc
- 5.5. Analizarea seturilor de date numerice sau a reprezentărilor geometrice în vederea optimizării calculelor cu lungimi de segmente, distanțe, măsuri de unghiuri și de arce de cerc
- 6.5. Interpretarea informațiilor conținute în reprezentări geometrice pentru determinarea unor lungimi de segmente, distanțe și a unor măsuri de unghiuri/arce de cerc

PE-PP 1.1. Unghiuri



1.1.1. Unghiuri opuse la vârf, congruența lor

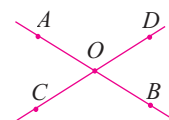
Desenați două drepte AB și CD **concurente** în punctul O . Se observă că semidreptele OA și OB , respectiv OC și OD sunt **semidrepte opuse**.

Unghiurile $\angle AOC$ și $\angle BOD$ au laturile **perechi de semidrepte opuse** și spunem despre ele că sunt **unghiuri opuse la vârf**.

Unghiuri opuse la vârf sunt și unghiurile $\angle AOD$ și $\angle BOC$.

Cu ajutorul unui raportor, măsurați unghiurile $\angle AOC$ și $\angle BOD$. Veți constata că unghiurile $\angle AOC$ și $\angle BOD$ au aceeași măsură și prin urmare putem spune că **unghiurile $\angle AOC$ și $\angle BOD$ sunt congruente**. Același lucru îl veți constata dacă veți măsura unghiurile $\angle AOD$ și $\angle BOC$. Altfel spus, **unghiurile opuse la vârf sunt congruente**.

Pentru a spune că unghiurile opuse la vârf sunt congruente nu este suficient să constatăm prin măsurători că acest lucru este adevărat, în general. Spunem că demonstrăm, adică dovedim printr-un șir de judecăți că unghiurile opuse la vârf sunt congruente. Folosim raționamentul cu ajutorul căruia se deduc proprietăți, care nu pot fi deduse totdeauna prin desen, prin folosirea instrumentelor geometrice.



Demonstrație:

În figura anterioară, semidreptele AO și OB sunt semidrepte opuse; înseamnă că unghiul $\angle AOB$ este unghi alungit, adică: $\angle AOD + \angle DOB = 180^\circ$ sau $\angle DOB = 180^\circ - \angle AOD$ (1).

Analog semidreptele OC și OD sunt semidrepte opuse; înseamnă că unghiul $\angle COD$ este alungit, adică: $\angle AOD + \angle AOC = 180^\circ$ sau $\angle AOC = 180^\circ - \angle AOD$ (2). Analizând relațiile (1) și (2) se constată că $\angle DOB \equiv \angle AOC$.

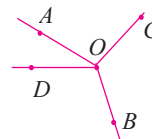
Asemănător se demonstrează că unghiurile opuse la vârf $\angle AOD$ și $\angle BOC$ sunt congruente.

De reținut:

1. Două unghiuri proprii se numesc **unghiuri opuse la vârf** dacă laturile lor sunt perechi de semidrepte opuse.
2. Unghiurile opuse la vârf sunt **congruente**.

● ● ● **activități de învățare** ● ● ●

1. a) Desenați două drepte MN și PQ concurente în punctul O , astfel încât măsura unghiului $\angle MOP$ să fie de 60° .
b) Calculați măsurile unghiurilor $\angle MOQ$, $\angle NOQ$ și $\angle PON$.
c) Precizați unghiurile opuse la vârf din figura obținută.

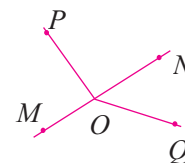


2. Analizați figura alăturată și completați. Unghiurile $\angle AOD$ și $\angle BOC$, respectiv $\angle AOC$ și $\angle BOD$ sunt perechi de unghiuri care vârf și ale căror laturi nicio pereche de semidrepte opuse.

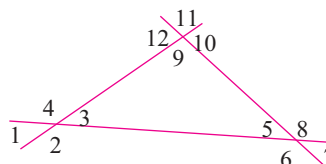
3. Unul dintre unghiurile ce se obțin la intersecția a două drepte concurente are măsura cu 40° mai mică decât a altuia. Calculați măsurile unghiurilor formate de cele două drepte concurente.

4. Observați cu atenție figura alăturată și completați:

- a) semidreptele OM și ON sunt perechi de
- b) semidreptele OP și OQ perechi de semidrepte opuse;
- c) perechile de unghiuri $\angle POM$ și $\angle QON$, respectiv $\angle PON$ și $\angle QOM$ sunt unghiuri care vârf și ale căror laturi o singură pereche de



5. Observați figura alăturată și scrieți toate perechile de unghiuri opuse la vârf.

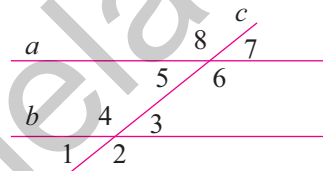


6. a) Desenați trei drepte AB , CD și EF concurente într-un punct O astfel încât măsura unghiului $\angle AOC$ să fie egală cu 100° și măsura unghiului $\angle COE$ să fie egală cu 50° .
b) Scrieți perechile de unghiuri opuse la vârf care s-au format.
c) Calculați măsurile unghiurilor: $\angle BOC$, $\angle BOE$, $\angle BOD$, $\angle DOF$, $\angle FOA$ și $\angle DOA$.

PE-PP 1.2.4. Recapitulare și sistematizare prin teste

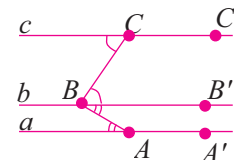
TESTUL 1

- Desenați două drepte a, b și o secantă c . Notați cu cifre unghiurile formate și numiți perechi de unghiuri:
 - alterne interne;
 - alterne externe;
 - corespondente.
- Dacă $P \notin AB$, $PQ \parallel AB$ și $PR \parallel AB$, demonstrați că punctele P, Q, R sunt coliniare.
- Considerăm următoarele afirmații:
 - Prin punctul A , exterior dreptei d , construim o paralelă la dreapta d .
 - Prin punctul A , exterior dreptei d , construim paralela la dreapta d .
 Motivați care din cele două afirmații este corectă.
- În figura alăturată dreptele paralele a și b sunt intersectate de secanta c formând unghiurile numerotate de la 1 la 8. Măsura unghiului $\angle 5$ este de 40° .
 - Scrieți unghiurile corespondente din figură și măsura lor.
 - Scrieți unghiurile alterne externe din figură și măsura lor.
- Două drepte paralele a și b intersectate de secanta d determină opt unghiuri. Măsurile a două dintre cele opt unghiuri sunt exprimate în grade prin x° și $2x^\circ + 60^\circ$. Calculați măsurile celor opt unghiuri.



TESTUL 2

- Desenați un triunghi ABC și segmentul DE determinat de punctele $D \in AB$ și $E \in AC$. Folosindu-vă de desen, numiți două drepte și o secantă a lor, apoi indicați perechi de unghiuri:
 - corespondente;
 - interne de aceeași parte a secantei.
- Desenați un triunghi ABC . Cu ajutorul unuia dintre procedeele de construcție învățate construiți:
 - prin punctul A paralela la BC ;
 - prin punctul B paralela la AC ;
 - prin punctul C paralela la AB .
- Desenați două drepte paralele a și b și o secantă c . Notați cu cifre unghiurile formate și scrieți perechi de unghiuri suplementare și perechi de unghiuri congruente.
- În figura alăturată dreptele a, b și c sunt paralele. Calculați $\angle C'CB + \angle CBA + \angle BAA'$.

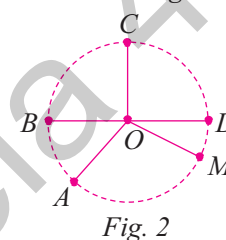
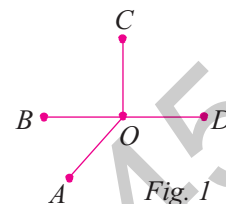




1.4.1. Cerc. Elemente în cerc: centru, coardă, diametru, arc de cerc

În figura 1 punctele A, B, C și D sunt situate la 2 cm de punctul O . Se pune problema dacă mai putem găsi și alte puncte situate la distanța de 2 cm față de punctul O .

Răspunsul îl găsim observând figura 2. Fie M un punct oarecare pe cerc. Segmentul OM are tot 2 cm. Cu alte cuvinte, punctele de pe cerc sunt situate la aceeași distanță de punctul O . Punctul O este **centrul cercului**, iar lungimea segmentelor congruente OA, OB, OC, OD, OM reprezintă ceea ce în limbaj matematic numim **raza cercului**.



DEFINIȚIE. Fiind dat un punct O și un număr pozitiv r , se numește **cerc de centru O și rază r** mulțimea tuturor punctelor din plan situate la distanța r de punctul O .

Altfel spus, cercul este mulțimea tuturor punctelor egal depărtate de un punct fix. Punctul fix, adică O , se numește **centrul cercului**, iar numărul r se numește **raza cercului**.

Cercul de centru O , și rază r um¹ se notează $\mathcal{C}(O, r \text{ um})$, dar se mai folosesc și notațiile $\mathcal{C}(O, r)$ sau $\mathcal{C}$.

Așa cum știm din clasele anterioare, cercul se desenează cu ajutorul compasului (figura 3).

În anumite situații, prin **rază** se poate înțelege și **segmentul** care unește **centrul cercului cu un punct al cercului**. În figura 4, OM este raza cercului.

Un segment care unește două puncte de pe cerc se numește **coardă**. În figura 5, AB este coardă. O coardă care conține centrul cercului se numește **diametru**. În figura 6, CD este diametru. Lungimea oricărui diametru este $2r$.

Cele două puncte de pe cerc care sunt extremitățile diametrului se numesc puncte **diametral opuse**.



Fig. 3

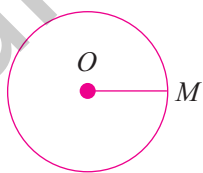


Fig. 4

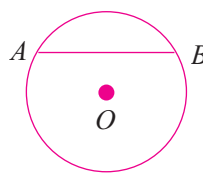


Fig. 5

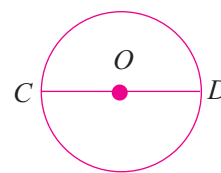


Fig. 6

Două cercuri se numesc **cercuri congruente** dacă au razele egale și scriem $\mathcal{C}(O_1, r_1) \equiv \mathcal{C}(O_2, r_2)$ dacă și numai dacă $r_1 = r_2$.

Un punct M se numește **interior unui cerc** dacă distanța de la centrul cercului la M este mai mică decât raza.

În figura 7 observăm că $OM < OA$, adică $OM < r$. Înseamnă că M este **punct interior cercului** de centru O și rază OA .

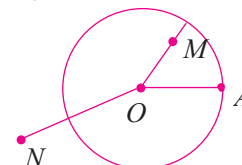


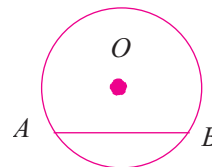
Fig. 7

¹um = unități de măsură

4. Un punct oarecare al planului poate avea următoarea poziție:
- **interior unui cerc** dacă distanța de la centrul cercului la punct este mai mică decât raza;
 - **aparține cercului** dacă distanța de la centrul cercului la punct este egală cu raza;
 - **exterior cercului** dacă distanța de la centrul cercului la punct este mai mare decât raza.
5. Porțiunea de cerc cuprinsă între două puncte distincte de pe cerc se numește **arc de cerc**. Dacă cele două puncte sunt diametral opuse arcul de cerc devine **semicerc**.
6. Centrul cercului este mijlocul oricărui diametru. Lungimea diametrului este dublul lungimii razei.
7. Orice dreaptă determinată de diametrul unui cerc este axă de simetrie a cercului.

● ● ● activități de învățare ● ● ●

1. a) Scrieți definiția cercului.
b) Desenați un cerc de centru O , cu raza de 1,5 cm și puneți în evidență diametrul AB , raza OM și coarda CD .
2. Desenați un cerc de centru O și rază $r = 1,5$ cm. Luați apoi punctele A, B, C, D, E și F , astfel încât $OA = 1$ cm, $OB = 2$ cm, $OC = 1$ cm, $OD = 2,5$ cm, $OE = 1,5$ cm, $OF = \frac{4,5}{3}$ cm și $OG = \frac{5}{4}$ cm.
 - a) Scrieți punctele interioare cercului.
 - b) Scrieți punctele exterioare cercului.
 - c) Scrieți punctele care aparțin cercului.
 - d) Scrieți punctele care aparțin discului de centru O și rază de 1,5 cm.
3. a) Desenați un punct A și trei cercuri care trec prin punctul A . Câte astfel de cercuri puteți desena?
b) Desenați două puncte distincte A și B și trei cercuri care trec prin aceste puncte. Există mai multe cercuri care trec prin cele două puncte?
4. Se consideră cercul de centru O și rază 12 cm. Se ia un punct A astfel încât $OA = 119$ mm. Stabiliți poziția punctului A față de cercul dat.
5. Se consideră cercul de centru O și rază 40 mm. Se ia un punct B astfel încât $OB = 4,1$ cm. Stabiliți poziția punctului B față de cercul dat.
6. Punctele M și N distincte aparțin unui cerc. Dacă punctele P și Q sunt mijloacele arcelor determinate de punctele M și N pe cerc, arătați că segmentul PQ este diametrul cercului.
7. În figura alăturată punctele A și B aparțin cercului de centru O și rază 1,5 cm.
 - a) Notați cu M mijlocul coardei AB .
 - b) Notați cu N intersecția dreptei OM cu cercul.
 - c) Numiți arcele de cerc formate.
 - d) Ce puteți spune despre coardele NA și NB ? Justificați.

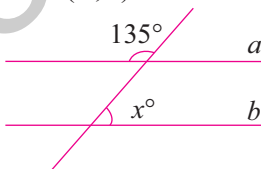


PE-PP Teste recapitulative

• Din oficiu (pentru toate testele): 1 punct. Timp de lucru: 50 de minute.

TESTUL 1

- (0,8p) 1. Enumerați elementele mulțimii $A = \{x \mid x \in \mathbb{N} \text{ și } x \in \mathcal{D}_{14}\}$.
- (0,8p) 2. Scrieți divizorii numărului 18.
- (0,8p) 3. Din 30 kg de portocale se obțin 18 ℓ suc. Aflați câți litri de suc se obțin din 20 kg de portocale.
- (0,8p) 4. Verificați proprietatea $a \cdot b = (a, b) \cdot [a, b]$, pentru $a = 24$ și $b = 36$, unde (a, b) înseamnă c.m.m.d.c. al numerelor a și b , iar $[a, b]$ înseamnă c.m.m.m.c. al numerelor a și b .
- (0,8p) 5. Se consideră două drepte AB și CD concurente în punctul O . Dacă $\angle AOC = 70^\circ$, calculați $\angle BOD$.
- (0,8p) 6. Măsura arcului $\widehat{AB}$ reprezintă 40% din măsura cercului $\mathcal{C}(O, r)$. Determinați măsura unghiului la centru AOB .
- (0,7p) 7. Determinați x astfel încât dreptele a și b din figura alăturată să fie paralele.
- (0,7p) 8. Cel mai mare divizor comun a două numere este 15. Aflați numerele, știind că produsul lor este 3150.
- (0,7p) 9. Raportul măsurilor a două dintre unghiurile formate de două drepte concurente este egal cu $\frac{2}{3}$. Aflați măsurile unghiurilor.
- (0,7p) 10. Se dau mulțimile $A = \{a, b, c\}$ și $B = \{b, d\}$. Calculați $A \cup B$, $A \cap B$ și $A \setminus B$.
- (1,4p) 11. Bisectoarele unghiurilor adiacente $\angle AOB$ și $\angle BOC$ formează un unghi cu măsura de 60° . Știind că raportul măsurilor celor două unghiuri este $\frac{2}{3}$, calculați:
- măsura unghiului $\angle AOC$;
 - măsura unghiului format de bisectoarea unghiului $\angle AOB$ și semidreapta opusă semidreptei OB ;
 - măsura unghiului format de bisectoarea unghiului $\angle BOC$ și semidreapta opusă semidreptei OA .



TESTUL 2

- (0,8p) 1. Scrieți toate submulțimile mulțimii $A = \{a, b, c\}$.
- (0,8p) 2. Scrieți multiplii numărului 7 cuprinși între 10 și 30.
- (0,8p) 3. Aflați numerele x și y , știind că sunt direct proporționale cu 2 și 3 și că diferența lor este 12.
- (0,8p) 4. Calculați măsura suplementului unghiului cu măsura de 118° .
- (0,8p) 5. Se consideră un triunghi ABC și prin punctul A se duce o paralelă la BC . Calculați $\angle A + \angle B + \angle C$.

Indicații și răspunsuri

SOLUȚIILE TESTELOR DE AUTOEVALUARE POT FI CONSULTATE AICI:
(Scanați codul QR cu camera telefonului, nu din aplicația Mate2000+)



RECAPITULAREA MATERIEI DIN CLASA A V-A

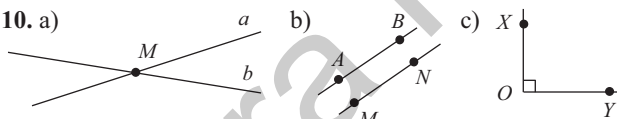
1. Exerciții și probleme recapitulative

1. a) 1; b) 21; c) 3; d) 400. 2. 1. 3. 0. 4. $a = 51^2$ și este pătrat perfect. 5. 5, 11, 17, 23, 29. 6. 35 și 11. 7. 4,25; 3,(6); 0,2(15). 8. a) 3,76; b) 1,26; c) 33,7. 9. 96,88; 13,84. 10. a) MMXX; MCMLVII; MMX; b) 124, 1249, 1750. 11. a) $a + b + c = 5$; b) $a + b + c = 5$. 12. 100 și 84. 13. 75 și 25. 14. 15 apartamente cu două camere și 5 apartamente cu 3 camere. 15. 100. 16. 25 lei. 17. 8 ore. 18. 3 lei și respectiv 7 lei. 19. a) 7 cu 23; 11 cu 19; 13 cu 17; b) 23 și 3, 31 și 11, 37 și 17 și 43 și 23; c) $a = 2$, $b = 3$. 20. Restul este 0. 21. a) 450 de numere; b) 180 de numere; c) 9 numere. 22. $n = 9 \cdot (3a + 9b + c + 5)$. 23. 550. 24. 20 elevi. 25. $\gamma_{\text{apă}} = 75 \text{ dm}^3$, $\gamma_{\text{pietriș}} = 25 \text{ dm}^3$ și $\gamma_{\text{apă}} + \gamma_{\text{pietriș}} = 100 \text{ dm}^3$. Apa și pietrișul ocupă un paralelipiped dreptunghic cu dimensiunile 5 dm, 5 dm și h dm, unde h este înălțimea la care se ridică apa în vas. $25h = 100 \Rightarrow h = 4 \text{ dm} = 40 \text{ cm}$. 26. 24 m. 27. a) semidreptele coincid $OA = OB$; b) MN și NP semidrepte opuse; c) $\angle XYZ = 90^\circ$; d) $\angle CDE > 90^\circ$; e) $\angle FGH < 90^\circ$. 28. a) A; b) F; c) F; d) F. 29. a) M este mijlocul segmentului AB dacă este coliniar cu A și B și $MA = MB$; b) segmentele care au aceeași lungime; c) A' este simetricul punctului A față de dreapta d dacă prin pliere după dreapta d cele două puncte A și A' se suprapun; d) unghiul a cărui măsură este 0° ; e) unghiul a cărui măsură este 180° . 30. a) $41^\circ 41'$; b) $50^\circ 7'$; c) $105^\circ 55'$; d) $12^\circ 9'$; e) $61^\circ 17'$; f) $49^\circ 45'$; g) $218^\circ 59'$; h) $13^\circ 18'$. 31. a) 1957, 1950, 1900; b) 1957, 1960, 2000; c) 1957, 1960, 2000.

2. Teste de evaluare

Testul 1. I. 1. A. 2. D. 3. A. 4. B. 5. D. 6. A. 7. A. 8. B. 9. A.

II. 10. a)



11. 60. 12. 3. 13. 98.

14. 710 și 765.

Testul 2. I. 1. B. 2. B. 3. A. 4. C. 5. C. 6. C. 7. B. 8. B. 9. B. II. 10. 11. a) $630'$; b) 125° ; c) $26^\circ 23'$. 12. 50 pagini. 13. 1000 m. 14. $4a - 8b - 1 = 27 = 3^3$.

Testul 3. I. 1. B. 2. C. 3. C. 4. B. 5. D. 6. A. 7. D. 8. B. 9. A. II. 10. a) 650 lei; b) 160 kg. 11. a) 24 lei; 36 lei; 60 lei; b) 13 lei. 12. 59,375.

Testul 4. I. 1. C. 2. D. 3. A. 4. B. 5. C. 6. B. 7. B. 8. C. 9. C. II. 10. a) 190 lei; b) 100 kg.

11. a) $\frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{5} = p$, de unde $x = 2p$, $y = 3p$, $z = 5p$; b) 40 lei; 60 lei; 100 lei. 12. 2118.

ALGEBRĂ

CAPITOLUL I. MULȚIMI. MULȚIMEA NUMERELOR NATURALE

1.1. Mulțimi

1.1.1. Descriere, notații, reprezentări. Mulțimi numerice și mulțimi nenumerice.

Relația dintre un element și o mulțime

1. a) $M = \{b, i, l, o, t, e, c, \check{a}\}$; b) $N = \{c, i, n, e, m, a, t, \check{a}\}$; c) $P = \{a, c, t, u, l, i, \check{a}, f\}$. 2. a) $A = \{2, 3, 4, 5, 7\}$, $B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $C = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 7\}$, $D = \{0, 2, 3, 4, 5, 7\}$. 3. $M = \{0, 1, 2, 3, 4\}$.

absurd, de unde concluzia. **43.** a) Dacă $B = \{3k, 3k+1, 3k+2, 3k+3\} \Rightarrow r(B) = 0+1+2+0=3$; $B = \{3k+1, 3k+2, 3k+3, 3k+4\} \Rightarrow r(B) = 1+2+0+1=4$; $B = \{3k+2, 3k+3, 3k+4, 3k+5\} \Rightarrow r(B) = 2+0+1+2=5$; $\max r(B) = 5$, dacă primul și ultimul element sunt multipli de 3 plus 2; b) Presupunem că există mulțimile $B_1, B_2, \dots, B_{18}$ disjuncte și $r(B_1) = r(B_2) = \dots = r(B_{18}) = 5$; B_1 conține doi $M_3 + 2$; B_2 conține doi $M_3 + 2$; $\dots$, B_{18} conține doi $M_3 + 2 \Rightarrow$ mulțimea A trebuie să conțină $18 \cdot 2 = 36$ de $M_3 + 2$, absurd, deoarece mulțimea A conține doar 33 de $M_3 + 2 \Rightarrow$ presupunerea e falsă. Deci, nu există mulțimile $B_1, B_2, \dots, B_{18}$. **44.** Cazul cel mai nefavorabil ar fi când la prima și a doua întrebare au răspuns corect 33 de elevi, la a doua și a treia întrebare au răspuns corect 33 de elevi și la prima și a treia întrebare au răspuns corect 33 de elevi și niciunul dintre cei 99 de elevi nu a răspuns corect la cele trei întrebări. Numărul de răspunsuri corecte în cazul cel mai nefavorabil este $33 \cdot 2 + 33 \cdot 2 + 33 \cdot 2 = 66 \cdot 3 = 198$. Cum sunt 200 de răspunsuri corecte și $200 - 198 = 2$ răspunsuri corecte, înseamnă că aceste răspunsuri corecte au fost date de al 100-lea elev la două întrebări diferite. Deci, el se adaugă la una din cele trei grupe de câte 33 de elevi. Conform principiului acesta, există 34 de elevi care au răspuns corect la aceleași două întrebări.

1.1.5. Recapitulare și sistematizare prin teste

TESTUL 1

1. $\{18, 21, 24\}$. **2.** a) $\emptyset$; $\{c\}$; $\{d\}$; $\{c, d\}$; b) $\{e\}$; $\{f\}$; $\{e, f\}$. **3.** a) $\{0; 1; 2\}$; b) $\{0, 1, 2, 3\}$; c) $\{1, 2, 3\}$; d) $\{0\}$. **4.** $A = \{a, b, c\}$ și $B = \{b, c, d\}$ sau $A = \{b, c, d\}$ și $B = \{a, b, c\}$. **5.** $A = \{0, 2, 4, 6, 8\}$; $B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$; $A \cup B = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 8\}$; $A \cap B = \{2, 4\}$; $A - B = \{0, 6, 8\}$; $B - A = \{1, 3, 5\}$. **6.** a) $\text{card}(A \cap B) = 2$; b) $\text{card}(A \cap B) = 8$; c) $A \cap B = B$.

TESTUL 2

1. $\{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$. **2.** $A \cup B = \{0, 1, 3, 4\}$; $A \cap B = \{0; 1\}$; $A - B = \{4\}$ și $B - A = \{3\}$. **3.** a) (A); b) (F); c) (F); d) (A). **4.** $A = \{0, 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35\}$; $B = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12\}$. **5.** $A = \{1, 2, 3\}$; $B = \{2, 3, 4\}$. **6.** $1a6b : 5 \Rightarrow b \in \{0; 5\} \Rightarrow 1a60, 1a65$. Din $4 \mid a + b \Rightarrow 4 \mid a \Rightarrow a \in \{0, 4, 8\} = \{1\ 060, 1\ 460, 1\ 860\}$; din $4 \mid a + 5 \Rightarrow a \in \{3, 7\} \Rightarrow 1\ 365; 1\ 765$; $A = \{1\ 060; 1\ 460; 1\ 860; 1\ 365; 1\ 765\}$; $B = \{1\ 060; 1\ 262; 1\ 464; 1\ 666; 1\ 868\}$.

TESTUL 3

1. $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{1, 2\}$, $A \cup B = \{1, 2, 3\}$; $A \cap B = \{1, 2\}$; $A - B = \{3\}$; $B - A = \{\emptyset\}$. **2.** a) (A); b) (A); c) (A); d) (F). **3.** $\emptyset$; $\{0\}$; $\{1\}$; $\{2\}$; $\{1, 0\}$; $\{1, 2\}$; $\{0, 2\}$; $\{0, 1, 2\}$. **4.** a) $B = \{2^0, 2^1, 2^2\} = \{1, 2, 4\}$; b) $A \not\subset B$. **5.** a) $A = \{2, 4, 6, \dots\}$, $B = \{1, 3, 5, \dots\}$; b) $A \cup B = \mathbb{N}^*$. **6.** $A = \{b, c, d\}$, $B = \{a, c, d, e, f\}$ sau $A = \{a, c, d\}$ și $B = \{b, c, d, e, f\}$ sau $A = \{c, d\}$ și $B = \{a, b, c, d, e, f\}$.

TESTUL 4

1. a) (A); b) (A); c) (F); d) (A). **2.** $A = \{0, 1, 2, 3\}$; $B = \{3, 4, 5, 6\}$; $C = \{4, 5, 6, 7\}$; $D = \{2, 3, 4\}$. **3.** $A = \{0, 1, 2, 3\}$; $A_1 = \{0, 1\}$; $A_2 = \{0, 2\}$; $A_3 = \{0, 3\}$; $A_4 = \{1, 2\}$; $A_5 = \{1, 3\}$; $A_6 = \{2, 3\}$. **4.** $A \cap B = \{x \mid x = 6n, n \in \mathbb{N}\}$. **5.** a) $A = \{0+0^2, 1+1^2, \dots, 4+4^2\} = \{0, 2, 6, 12, 20\}$; $B = \{2 \cdot 0 + 1, 2 \cdot 1 + 1, \dots, 2 \cdot 4 + 1\} = \{1, 3, 5, 7, 9\}$; b) $A \cap B = \emptyset$, deoarece A conține numere pare, iar B conține numere impare. **6.** $A = \{3^0 - 1, 3^1 - 1, 3^2 - 1, 3^3 - 1\} = \{0, 2, 8, 26\}$, $B = \{3 \cdot 1 - 1, 3 \cdot 2 - 1, 3 \cdot 3 - 1\} = \{2, 5, 8\}$ și $A \cup B = \{0, 2, 5, 8, 26\}$, $A \cap B = \{2, 8\}$, $B - A = \{5\}$; $A \cup \emptyset = A$ și $B \cap \emptyset = \emptyset$.

TESTUL 5

1. $D_{12} = \{1, 2, 3, 6, 9, 18\}$. **2.** a) $\{6\}$; b) $\emptyset$; c) $\{0, 1, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$. **3.** a) F; b) A; c) A; d) F. **4.** a) $\{1, 2\}$; b) $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$. **5.** $X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, $Y = \{1, 3, 5, 7, 9\}$. **6.** $a \in \{3, 4\}$.

TESTUL 6

1. a) F; b) F; c) A; d) A. **2.** a) $A = \{1, 2, 3\}$; b) $B = \{4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$; c) $C = \{2, 8, 32, 128, 512\}$. **3.** a) $78 \in A$; b) 12; c) 15. **4.** $a = 2$ și $b = 1$. **5.** Se află ultima cifră a elementelor din A și B . Avem $A \cap B = \emptyset$. **6.** a) 4; b) 9; c) 11.

60%. 18. $\frac{1}{3}$. 19. a) 100%; b) 100%. 20. 90% sau $\frac{9}{10}$. 21. a) $\frac{1}{9}$; b) $\frac{4}{9}$; c) $\frac{1}{9}$; d) $\frac{2}{9}$; e) $\frac{1}{9}$. 22. $\frac{1}{6}$.
 23. $\frac{209}{300}$. 24. $\frac{8}{9}$ sau 0,(8) sau 88%. 25. a) $\frac{2}{3}$; b) 11 bile. 26. a) $\frac{1}{5}$ sau 0,2 sau 20%; b) $\frac{3}{5}$ sau 0,6 sau 60%. 27. a) 0; b) $\frac{1}{18}$.

2.6.1. Recapitulare și sistematizare prin teste

Testul 1. 1. a) 10; b) 2; c) 6. 2. a) 0,05 sau 5%; b) 11%. 3. a) 7,76; b) se realizează diagrama; c) 0,20 sau 20%. 4. 40%. 5. 10. 6. 300 lei. 7. $a = 12$, $b = 18$, $c = 45$.

Testul 2. 1. Probabilitatea realizării unui eveniment A este raportul dintre numărul cazurilor favorabile realizării evenimentului și numărul cazurilor posibile evenimentului; vezi problema 15.

2. a) $\frac{1}{5}$ sau 0,20 sau 20%; b) $\frac{1}{2}$ sau 0,50 sau 50%. 3. a) 58 de cărți pe zi; b) 20%; c) marți. 4. a) $x = 13$; b) $x = 3$. 5. $x = 8$, $y = 12$, $z = 20$. 6. 30 de elevi. 7. 36%.

Testul 3. 1. a) direct; b) invers; c) direct; d) invers. 2. a) $\frac{1}{5}$ sau 0,20 sau 20%; b) $\frac{1}{2}$ sau 0,50 sau 50%. 3. a) 40; b) 215. 4. a) 20; b) 10. 5. a) 45; b) 800; c) 25. 6. 42, 28, 14. 7. 12 zile.

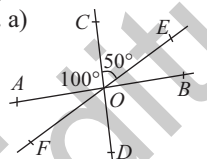
Testul 4. 1. 6 ore. 2. 55%. 3. a) 37,5%; b) matematica preferată de 12 elevi, fizica preferată de 8 elevi, chimia preferată de 4 elevi, biologia preferată de 6 elevi. În clasă sunt 30 de elevi. 4. a) $x = 2$; b) $x = 1$. 5. 24 și 120. 6. a) 128; b) 96. 7. $x = 15$, $y = 30$.

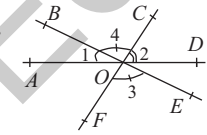
GEOMETRIE

CAPITOLUL I. NOȚIUNI GEOMETRICE FUNDAMENTALE

1.1. Unghiuri

1.1.1. Unghiuri opuse la vârf, congruența lor

1. a) Se desenează dreptele concurente MN și PQ , măsurând cu raportorul unghiul $\angle MOP = 60^\circ$; b) $\angle MOQ = 120^\circ$; $\angle NOQ = 60^\circ$; $\angle PON = 120^\circ$; c) $\angle MOP$ și $\angle NOQ$, respectiv $\angle MOQ$ și $\angle NOP$.
 2. nu sunt opuse la vârf; nu au. 3. 70° ; 110° ; 70° ; 110° . 4. a) semidrepte opuse; b) nu sunt; c) nu sunt opuse la vârf; au; semidrepte opuse. 5. $\angle 1$ cu $\angle 3$; $\angle 2$ cu $\angle 4$; $\angle 6$ cu $\angle 8$; $\angle 5$ cu $\angle 7$; $\angle 9$ cu $\angle 11$ și $\angle 10$ cu $\angle 12$.
 6. a)  b) $\angle AOC$ cu $\angle BOD$; $\angle AOE$ cu $\angle BOF$; $\angle AOF$ cu $\angle BOE$; $\angle AOD$ cu $\angle BOC$; $\angle COE$ cu $\angle DOF$; $\angle COF$ cu $\angle DOE$; c) $\angle BOC = 80^\circ$; $\angle BOE = 30^\circ$; $\angle BOD = 100^\circ$; $\angle DOF = 50^\circ$; $\angle FOA = 30^\circ$; $\angle DOA = 80^\circ$.

7.  a) $\angle AOB$ cu $\angle DOE$; $\angle AOC$ cu $\angle DOF$; $\angle BOC$ cu $\angle EOF$; $\angle BOD$ cu $\angle EOA$; $\angle COD$ cu $\angle FOA$; $\angle COE$ cu $\angle FOB$; b) $\angle 3 \equiv \angle 4$ (unghiuri opuse la vârf). Cum $\angle 1 + \angle 4 + \angle 2 = 180^\circ$ (formează un unghi alungit) rezultă că $\angle 1 + \angle 3 + \angle 2 = \angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 180^\circ$.

8. a) 20° ; 160° ; 160° ; b) 110° ; 70° ; 70° ; c) 75° ; 105° ; 105° ; d) 90° fiecare. 9. a) $\angle MOS = 180^\circ - (75^\circ + x^\circ + 45^\circ - x^\circ) = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$; b) Din $3(45^\circ - x^\circ) = 75^\circ + x^\circ \Rightarrow 135^\circ - 3x^\circ = 75^\circ + x^\circ \Rightarrow 60^\circ = 4x^\circ \Rightarrow x^\circ = 15^\circ$ și $\angle NOR = 60^\circ$; $\angle NOQ = 30^\circ$ și $\angle QOS = 90^\circ$. 10. Construiește semidreapta opusă semidreptei OA și notează-o OA' și semidreapta opusă semidreptei OB și notează-o cu OB' , apoi măsoară unghiul $\angle A'OB'$ care este opus la vârf cu unghiul $\angle AOB$ și, ca urmare, sunt congruente.

1.4.4. Recapitulare și sistematizare prin teste

Testul 1. 1. a) $\angle AOB = 120^\circ$; b) $\widehat{ACB} = 240^\circ$. 2. a) desenul; b) $\widehat{AB} = 180^\circ$. 3. $\widehat{AC} = 120^\circ$. 4. $\angle AOB = 27^\circ$. 5. a) desenul; b) se iau punctele pe cerc în ordinea A, B, C, D cu $\widehat{AC} = 90^\circ$, $\widehat{ACB} = 180^\circ$, $\widehat{ACD} = 225^\circ$ și se obține $\widehat{CBD} = 135^\circ$.

Testul 2. 1. b) $90^\circ, 270^\circ, 90^\circ$. 2. a) $\widehat{AD} = 60^\circ$; b) $\widehat{BCD} = 120^\circ$; c) $\widehat{DAB} = 240^\circ$. 3. a) desenul; b) $AB \perp CD \Rightarrow \widehat{AC} = \widehat{CB} = \widehat{BD} = \widehat{DA}$; c) $\widehat{DA} = 360^\circ : 4 = 90^\circ$. 4. a) desenul; b) $\angle BOC = 150^\circ$; c) $\widehat{CDB} = 210^\circ$. 5. a) secantă cercului; b) se ia un punct A pe cerc și se desenează perpendiculara în A pe OA care se notează cu a și a este tangentă la cerc.

Testul 3. 1. a) interior; b) exterior; c) pe cerc. 2. a) $\widehat{MQ} = 60^\circ$; $\widehat{MNP} = 170^\circ$; b) $\angle POQ = 130^\circ$, $\angle MOQ = 60^\circ$. 3. Pentru a arăta că DC este diametru trebuie să arătăm că $\angle DOC$ este un unghi alungit, adică $\angle DOC = 180^\circ$. Calculăm $\angle COD = \angle COA + \angle AOD = \frac{\widehat{ACB}}{2} + \frac{\widehat{ADB}}{2} = \frac{\widehat{ACB} + \widehat{ADB}}{2} = \frac{360^\circ}{2} = 180^\circ$. 4. a) $\angle NOA = 30^\circ$; b) $\widehat{MN} = 120^\circ$; c) $\widehat{ABM} = 210^\circ$. 5. Se

construiește diametrul care trece prin M (determinat de M și O). Se măsoară cu raportorul și se construiește coarda AB care face un unghi de 45° cu diametrul și în același mod se construiește coarda CD care face un unghi de 45° cu diametrul. Coardele AB și CD satisfac condițiile problemei.

Testul 4. 1. a) tangente exterior; b) tangente interior; c) interioare; d) exterioare; e) secante. 2. a) arc de cerc; b) secantă; c) tangentă; d) perpendiculară. 3. Din $AB \parallel FC \Rightarrow \widehat{AF} = \widehat{BC} \Rightarrow \widehat{EFA} = \widehat{EF} + \widehat{FA} = \widehat{DC} + \widehat{BC} = \widehat{DCB} \Rightarrow EA = BD$. 4. $\angle AOC \equiv \angle BOD$ (opuse la vârf) $\Rightarrow \widehat{AC} = \widehat{BD}$. Dar $\widehat{AD} = 180^\circ - \widehat{AC} = \widehat{BC}$. Din $\widehat{AD} = \widehat{BC} \Rightarrow AD \equiv BC$. 5. a) $x = 2$; b) $x = 3$; c) $x = 4$ sau $x = 5$ sau $x = 6$; d) $x = 7$.

Teste recapitulative

Testul 1

1. $A = \{1, 2, 7, 14\}$. 2. $D_{18} = \{1, 2, 3, 6, 9, 18\}$. 3. 12 ℓ suc. 4. $a = 24$, $b = 36$, $(a, b) = 12$, $[a, b] = 72$ și $24 \cdot 36 = 12 \cdot 72$. 5. $\angle BOD = 70^\circ$. 6. 144° . 7. Din $x + 135^\circ = 180^\circ \Rightarrow x = 45^\circ$. 8. $(a, b) \in \{(15, 210); (210, 15); (30, 105); (105, 30)\}$. 9. 72° și 108° . 10. $A \cup B = \{a, b, c, d\}$, $A \cap B = \{b\}$, $A \setminus B = \{a, c\}$. 11. a) 120° ; b) 156° ; c) 96° .

Testul 2

1. $A_1 = \emptyset$, $A_2 = \{a\}$, $A_3 = \{b\}$, $A_4 = \{c\}$, $A_5 = \{a, b\}$, $A_6 = \{b, c\}$, $A_7 = \{a, c\}$, $A_8 = A = \{a, b, c\}$. 2. 14, 21, 28. 3. 24 și 36. 4. 62° . 5. 180° . 6. 40° . 7. 300 lei. 8. 7. 9. 8 drepte. 10. a) 2,5 km; b) 20 cm. 11. a) desenul; b) $\angle AOB = 180^\circ$. Din OM bisectoarea lui $\angle AOC \Rightarrow \angle AOM \equiv \angle COM$ și din ON

bisectoarea lui $\angle BOC \Rightarrow \angle BON \equiv \angle CON$. Dar $\angle MON = \angle MOC + \angle CON = \frac{\angle AOC}{2} + \frac{\angle BOC}{2} = \frac{\angle AOC + \angle BOC}{2} = \frac{180^\circ}{2} = 90^\circ$; c) Se calculează $\angle AOM + \angle BON = 180^\circ - \angle MON = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$, adică $\angle AOM$ și $\angle BON$ sunt complementare.

Testul 3

1. $M = \{3, 15\}$. 2. 0, 18, 36, 54, 72, 90. 3. 202, 404, 606, 808. 4. 34 și 119. 5. $42^\circ 35' 29''$. 6. 50° . 7. 5 cm. 8. $\frac{9}{10} = 0,9$. 9. 3,5 cm. 10. a) 32 elevi; b) 2 elevi; c) 17 elevi. 11. a) 54° ; b) 63° .

Testul 4

1. $A = \{5, 15, 45\}$. 2. 28. 3. 16. 4. 600. 5. $\angle AOB = 180^\circ$. 6. 45° . 7. 32 ore. 8. $(a, b) = 6 \Rightarrow a = 6x$, $b = 6y$ cu $(x, y) = 1$. Cum $a + b = 30 \Rightarrow 6x + 6y = 30 \Rightarrow x + y = 5 \Rightarrow (a, b) \in \{(6, 24); (24, 6); (12, 18);$

Cuprins

RECAPITULAREA MATERIEI DE CLASA A V-A

1. Exerciții și probleme recapitulative	5
2. Teste de evaluare	7

ALGEBRĂ

Capitolul I. MULȚIMI. MULȚIMEA NUMERELOR NATURALE

1.1. Mulțimi	12
1.1.1. Descriere, notații, reprezentări. Mulțimi numerice și mulțimi nenumerice. Relația dintre un element și o mulțime	12
1.1.2. Relații între mulțimi	15
1.1.3. Mulțimi finite, cardinalul unei mulțimi finite. Mulțimi infinite. Mulțimea numerelor naturale	17
1.1.4. Operații cu mulțimi: reuniune, intersecție, diferență	19
1.1.5. Recapitulare și sistematizare prin teste	24
Test de autoevaluare	27
1.2. Divizibilitatea numerelor naturale	29
1.2.1. Descompunerea numerelor naturale în produs de puteri de numere prime	29
1.2.2. Aplicație: determinarea celui mai mare divizor comun (c.m.m.d.c.), numere prime între ele	34
1.2.3. Aplicație: determinarea celui mai mic multiplu comun (c.m.m.m.c.)	37
1.2.4. Proprietăți ale divizibilității în $\mathbb{N}$	39
1.2.5. Probleme care se rezolvă folosind divizibilitatea	43
1.2.6. Probleme de matematică aplicată în viața cotidiană	45
1.2.7. Recapitulare și sistematizare prin teste	46
Test de autoevaluare	51
Test de autoevaluare	53

Capitolul II. RAPOARTE ȘI PROPORȚII

2.1. Rapoarte	55
2.1.1. Raport	55
2.1.2. Titlul unui aliaj	55
2.1.3. Concentrația unei soluții	56
2.1.4. Scara unui desen	56
2.2. Procente	59
2.2.1. Procent	59
2.2.2. Aflarea a $p\%$ dintr-un număr	60
2.2.3. Aflarea unui număr când cunoaștem $p\%$ din el	60
2.2.4. Calculul raportului procentual	60
2.2.5. Creșteri și scăderi cu $p\%$	60
2.2.6. Procente din procente	61
2.3. Proporții	64
2.3.1. Proporție	64
2.3.2. Proprietatea fundamentală a proporției	64
2.3.3. Aflarea unui termen necunoscut al unei proporții	64
2.3.4. Proporții derivate	65
2.3.5. Șir de rapoarte egale	65
2.3.6. Probleme de matematică aplicată în viața cotidiană	68
2.3.7. Recapitulare și sistematizare prin teste	71
Test de autoevaluare	73

2.4. Mărimi proporționale	75
2.4.1. Mărimi direct proporționale	75
2.4.2. Mărimi invers proporționale	76
2.4.3. Probleme de matematică aplicată în viața cotidiană	81
2.4.4. Recapitulare și sistematizare prin teste	82
2.5. Elemente de organizare a datelor. Reprezentarea datelor prin grafice în contextul proporționalității	84
2.6. Probabilități (Aplicație la rapoarte)	87
2.6.1. Recapitulare și sistematizare prin teste	91
Test de autoevaluare	95

GEOMETRIE

RECAPITULAREA MATERIEI DE CLASA A V-A ȘI COMPLETĂRI

1. Elemente de geometrie	97
2. Exerciții și probleme recapitulative	100
3. Teste de evaluare	102
Test de autoevaluare	105

Capitolul I. NOȚIUNI GEOMETRICE FUNDAMENTALE

1.1. Unghiuri	107
1.1.1. Unghiuri opuse la vârf, congruența lor	107
1.1.2. Unghiuri formate în jurul unui punct. Suma măsurilor lor	110
1.1.3. Unghiuri suplementare. Unghiuri complementare	112
1.1.4. Unghiuri adiacente. Bisectoarea unui unghi. Construcția bisectoarei unui unghi	115
1.1.5. Recapitulare și sistematizare prin teste	119
Test de autoevaluare	121
1.2. Paralelism	123
1.2.1. Drepte paralele: definiție, notație, construcție intuitivă prin translație. Axioma paralelelor	123
1.2.2. Criterii de paralelism. Unghiuri formate de două drepte paralele cu o secantă	125
1.2.3. Aplicații practice în poligoane și corpuri geometrice	129
1.2.4. Recapitulare și sistematizare prin teste	132
Test de autoevaluare	135
1.3. Perpendicularitate	137
1.3.1. Drepte perpendiculare în plan (definiție, notație, construcție). Oblice	137
1.3.2. Aplicații practice în poligoane și corpuri geometrice	139
1.3.3. Distanța de la un punct la o dreaptă	141
1.3.4. Mediatoarea unui segment. Construcția mediatoarei unui segment. Simetria față de o dreaptă	143
1.3.5. Recapitulare și sistematizare prin teste	148
Test de autoevaluare	151
1.4. Cercul	153
1.4.1. Cerc. Elemente în cerc: centru, coardă, diametru, arc de cerc	153
1.4.2. Unghi la centru. Măsuri	156
1.4.3. Pozițiile relative ale unei drepte față de un cerc. Pozițiile relative a două cercuri	158
1.4.4. Recapitulare și sistematizare prin teste	161
Test de autoevaluare	163

Teste recapitulative	165
Indicații și răspunsuri	172